Table de pythagore (mathématicien grec né en 540 av JC)

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Si on sait les tables de 2, 3 et 5 on peut alors retrouver toutes les autres

Ex: je cherche 8x7
(8 rangs de 7 carreaux = 4 rangs de 7 + 4 rangs de 7)
8 x 7 = (4 + 4) x 7 = (4 x 7) + (4 x 7) = 28 + 28 = 56

Ou aussi 7 x 8 = 5 rangs de 8 + 2 rangs de 8
soit (5 x 8) + (2 x 8) = 40 + 16 = 56

Guide de Mathématiques

Prénom :

Nom :

École publique de Saint Christophe en Bresse
Classes de Mr DE ALMEIDA
CM

Sommaire:

Périmètre et aire

Périmètre: c'est la **mesure du tour d'une figure géométrique**

P périmètre d'un rectangle

P = ab + bc + cd + da

P = 2 + 5 + 2 + 5 = 14 cm

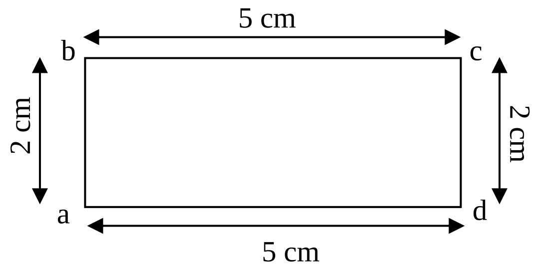
Calcul rapide:

Pour un rectangle, on sait que:

largeur l = ab = cd = 2 cm

longueur L = bc = da = 5 cm

Donc **P = (2x l) + (2x L)**

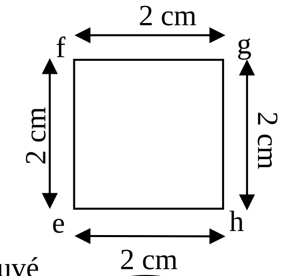


P périmètre d'un carré

Pour un carré on sait que les côtés sont tous égaux

Côté c = ef = fg = gh = he = 2 cm

Donc **P = 4 x c** = 4 x 2 = 8 cm



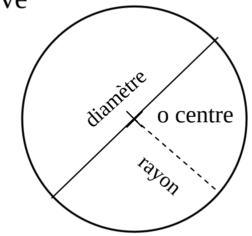
P Périmètre d'un cercle

Pour calculer le périmètre on utilise le nombre **π (Pi)** trouvé par le savant grec Archimède (287– 212 av JC).

π = 3,14 (arrondi au centième)

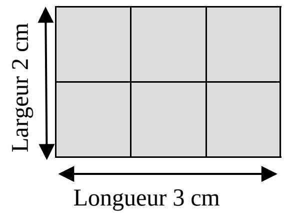
P = π x D (diamètre)

comme D = 2 R (rayon) donc **P = 2 x π x R**

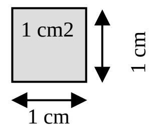


Aire: c'est la mesure de la surface d'une figure (l'intérieur)

Pour mesurer l'aire de ce rectangle, je le divise en petits carré de 1 cm



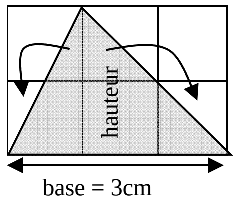
= 6 x

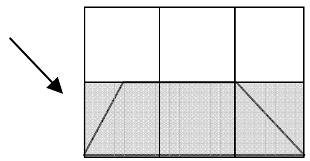


= 6 cm ^{2}

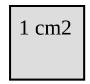
= longueur x largeur

= 3 x 2 = 6 cm2





= 3 x



= 3 cm ^{2}

= (base x hauteur) : 2

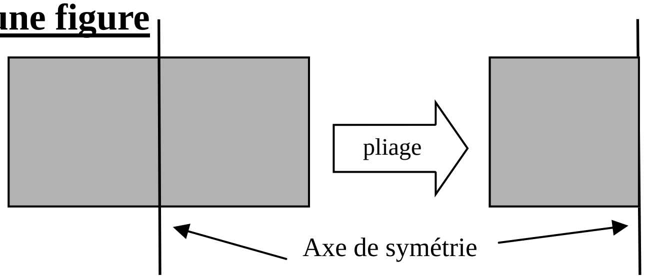
= (3 x 2) : 2 = 3 cm2

km2		hm2		dam2		m2		dm2		cm2		mm2	

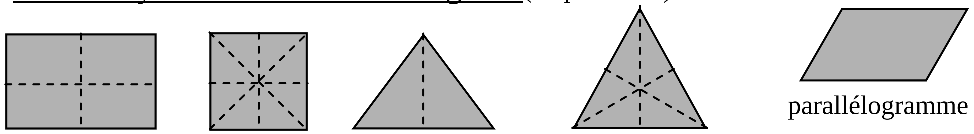
Attention 2 colonnes (diz. unit) par unité de mesure d'aires

Axe de symétrie d'une figure

Si on plie le rectangle le long de son axe de symétrie, les deux parties se recouvrent parfaitement

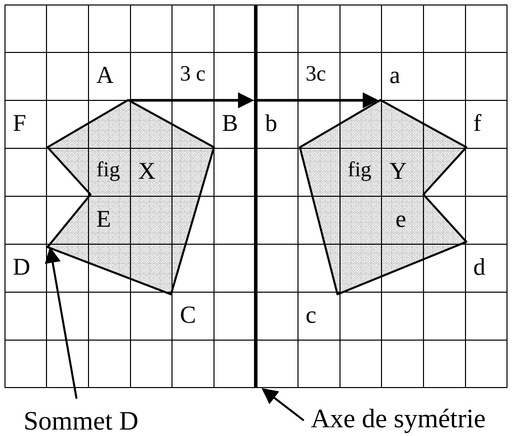


Axes de symétrie de différentes figures (en pointillés)



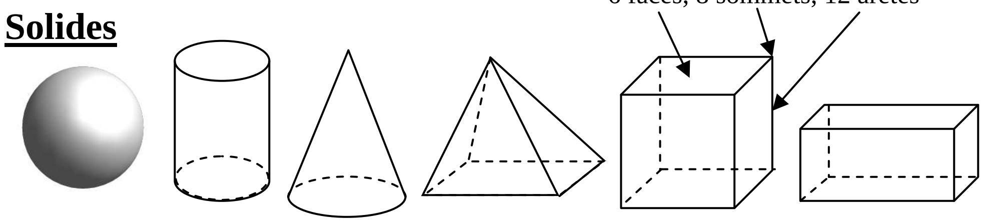
Rectangle	carré	triangle isocèle	triangle équilatéral	parallélogramme non rectangulaire
2 axes	3 axes	1 axe	3 axes	0 axe

Reproduire une figure par rapport à un axe de symétrie



1. Repérer les sommet A, B, C, D, E de la figure X
2. À partir du sommet A compter le nombre de carreaux jusqu'à l'axe de symétrie (3 carreaux)
3. En restant sur la ligne, compter 3 carreaux à droite depuis l'axe
4. tracer le sommet a avec un point
5. Recommencer pour le sommet B —> b
6. Tracer le segment [a,b]
7. Continuer pour C, D, E, F

Solides



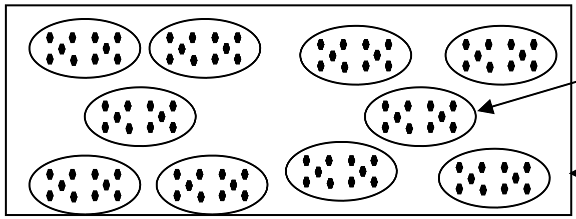
Sphère cylindre cône pyramide cube pavé

On dit des **nombres entiers** car ils servent à compter des choses entières comme par exemple des gâteaux.
Ex: le pâtissier a fait 328 gâteaux cette semaine.

Si on veut compter des choses pas entières on utilisera d'autres nombres comme les nombres décimaux (nombre à virgule)
Ex: Il a mangé 2 gâteaux plus la moitié d'un (2,5 gâteaux)

Quand les hommes préhistoriques ont commencé à avoir des animaux, ils ont eu besoin de les compter, (pour savoir s'ils n'en avaient pas perdu!).

Pour compter des choses nombreuses, il est plus facile de faire des paquets. Les hommes ont fait des paquets de 6, de 12… mais au final on a trouvé que les paquets de 10 c'était très pratique (on a 10 doigts!).



Aujourd'hui partout dans le monde on compte les choses en faisant des paquets de 10 puis de 100, 1000, 10 000 …)

classe des **milliards**			classe des **millions**			classe des **mille**			classe des **unités**		
c	**d**	**u**	**c**	**d**	**U**	**c**	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**
Centaine de milliards	dizaine de milliards	unité de milliard	centaine de millions	dizaine de millions	unité de million	centaine de mille	dizaine de mille	unité de mille	centaine	dizaine	unité

Écrire les nombres entiers

Pour écrire des nombres avec des chiffres, il faut se rappeler que
la position des chiffres dans le nombre est importante:

*Ex: A= 1**2**1 111 et B= 11**2** 111*
Pour A le chiffre 2 représente 20 000 unités
Pour B le chiffre 2 représente 2 000 unités

Pour bien écrire et lire un nombre, il faut grouper les chiffres par tranche de 3 chiffres en commençant par les unités c'est-à-dire par les chiffres à droite:

Ex: 3456780
*s'écrira **3 456 780***
*et se lira **3** millions **456** mille **780** (unités)*

Attention aux zéros qui ne s'entendent pas mais qui s'écrivent!

Ex: on dira 3 millions 56 mille 780
*Mais on écrira en chiffres 3 **0**56 780*
car en français on ne dit pas 3 millions zéro 56 mille 780

Remarque: le zéro n'a été découvert qu'au Moyen-âge en France, grâce aux Arabes qui eux l'avaient appris en Indes. Son utilisation n'est donc pas si évidente que çà!

Pour écrire des nombres entiers avec des lettres il faut savoir écrire 26 mots:

Les chiffres: zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf;
Les nombres: dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize,
vingt, trente, quarante, cinquante, soixante
Cent, mille, million, milliard

Attention aux bizarreries du français.

Règle 1: On met un tiret entre deux mots lorsqu'ils forment un nombre plus petit que cent.
Ex : quatre-vingt-sept mille trente-neuf (97<100 et 39<100)

Règle 2 : On met un **S** à **cent** et **vingt** quand il n'y a pas d'autres mots après.
Mille est invariable (il ne prend pas de S).
*Ex : quatre-vingt**s** / quatre-vingt-trois / trois cent**s** / trois cent quatre cinq mille*

figures géométriques

Polygône

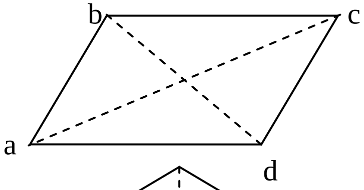
poly (nombreux) gône (angle); figure fermée avec plusieurs angles.

Les quadrilatères

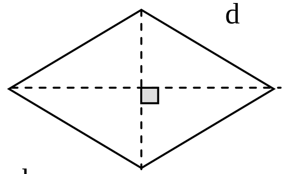
quadri (quatre) latère (côté), c'est un polygône à quatre côtés.

Les quadrilatères particuliers (et leurs propriétés)

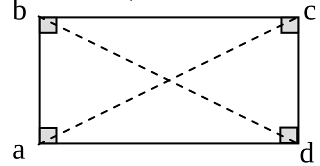
le parallélogramme
ses côtés sont parallèles (//), deux à deux:
ab // dc et bc // ad
ses côtés sont égaux deux à deux:
ab = dc et bc = ad
les diagonales se croisent en leur milieu



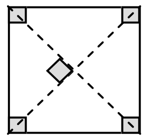
Le losange
c'est un parallélogramme;
il a quatre côté égaux
ses diagonales se croisent à angle droit en leur milieu



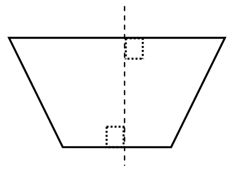
Le rectangle
c'est un parallélogramme;
ses côtés sont égaux deux à deux: a b = cd et bc = ad;
il a 4 angles droits.



le carré
c'est à la fois,
un parallélogramme,
un rectangle et
un losange (4 côtés égaux)

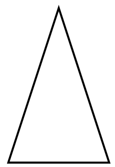


Le trapèze
deux côtés sont parallèles.

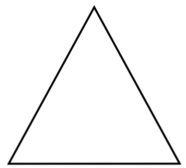


Les triangles

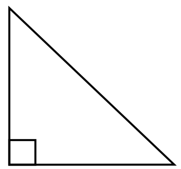
la somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°



Isocèle
2 côtés égaux



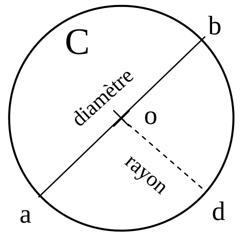
Équilatéral
3 côtés égaux
3 angles à 60°



1 angle droit

Le cercle: ligne courbe de centre O

Le segment [a,b] est le diamètre du cercle C de centre O



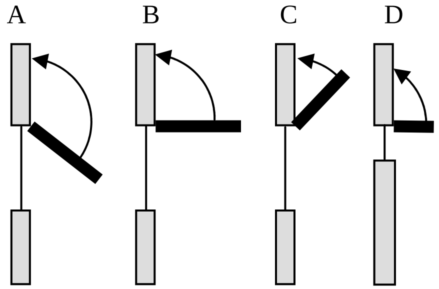
O milieu de [a,b]
Le segment [0,d] est le rayon de C
Mesure du diamètre D = 3cm
D = 2 x R (rayon)

R = Od = Oa = ob = 1,5 cm

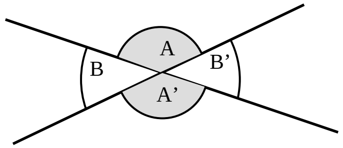
Les angles

Qu'est-ce qu'un angle?

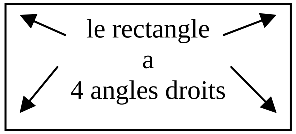
Imaginons un mur et une porte.
L'angle va permettre de mesurer l'ouverture de la porte (un peu, moyennement, beaucoup ouverte).
Attention! On ne mesure pas la porte, mais son ouverture.
ex: les portes B et D, ont le même angle d'ouverture (angle droit) avec le mur, alors que la porte D est plus petite.



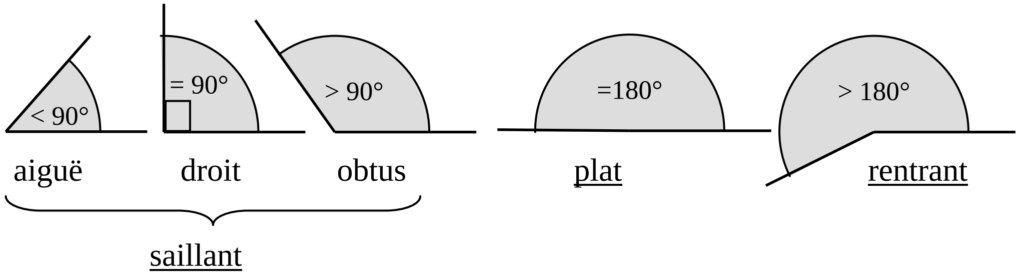
En géométrie deux droites qui se coupent forment 4 angles (ex :A, A', B, B')
A = A' et B = B'



Les côtés des figures géométriques forment des angles à leurs sommets.
Certaines figures ont des angles caractéristiques.

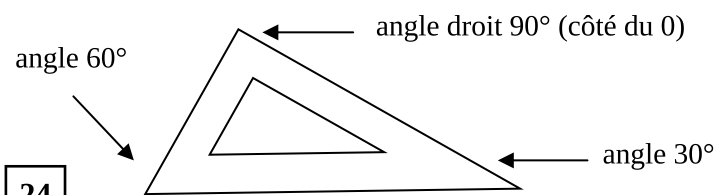


Noms des différents angles suivant leur ouverture



Mesures des angles et traçages

Pour mesurer ou tracer les segments qui forment un angle, on utilise l'équerre, le compas, le rapporteur...



Décomposer des entiers

La décomposition additive (avec une addition):

3 456 781 = 3 000 000 + 400 000 + 50 000 + 6 000 + 700 + 80 + 1

classe des **milliards**			classe des **millions**			classe des **mille**			classe des **unités**		
c	**d**	**u**	**c**	**d**	**U**	**c**	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**
Centaine de milliards	dizaine de milliards	unité de milliard	centaine de millions	dizaine de millions	unité de million	centaine de mille	dizaine de mille	unité de mille	centaine	dizaine	unité
					3	0	0	0	0	0	0
				+		4	0	0	0	0	0
				+			5	0	0	0	0
				+				6	0	0	0
				+					7	0	0
				+						8	0
				+							1
				=	3	4	5	6	7	8	1

Remarque: si on doit décomposer le nombre 50 701,
il est inutile d'écrire: 50 701 = 50 000 + **0 000** + 700 + 00 + 1
On écrira simplement: 50 701 = 50 000 + 700 + 1

La décomposition multiplicative (avec une addition et des multiplications):

- On fait une décomposition additive

3 456 781 = 3 000 000 + 400 000 + 50 000 + 6 000 + 700 + 80 + 1

- Puis une décomposition multiplicative pour chaque nombre

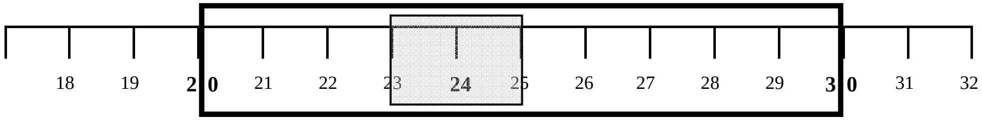
3 456 781 = (3x1 000 000) + (4x100 000) + (5x10 000) + (6x1 000) + (7x100) + (8x10) + 1

Remarque: Si on est à l'aise, on peut écrire directement la décomposition multiplicative. Mais pour ne pas faire d'erreurs, attention à bien compter le nombre de zéro surtout si les nombres sont grands!

Encadrer et arrondir un entier

Encadrer un nombre entier

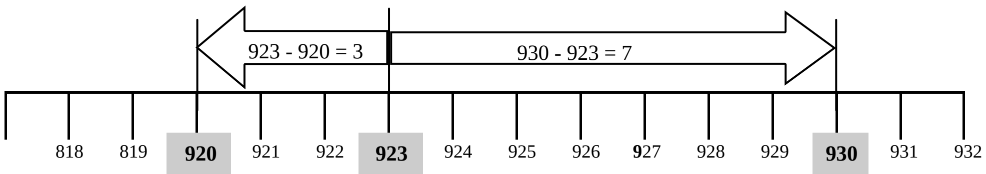
Un cadre c'est ce qui entoure une image, une photo, une peinture.
Encadrer un nombre c'est l'entourer de deux nombres, un plus petit et un plus grand.
En maths on va utiliser les signes < (plus petit que) ou > (plus grand que) pour faire des encadrement. (on utilise surtout <)
Ex: encadrer 24:
23 < 24 < 25 encadrement à l'unité près (un petit cadre)
20 < 24 < 30 encadrement à la dizaine près (un grand cadre)



Les encadrements vont nous servir à arrondir des nombres

Arrondir un nombre entier

Pour arrondir, je cherche les valeurs qui encadrent, et je choisis celle qui est le plus près
Ex: le recensement de 2006 *Saint-Christophe en Bresse:* ***923*** *habitants*
Chalon sur Saône: ***46 534 h.***
France: ***65 073 482 h.***
Le recensement est fait tous les 3 ans. Mais il naît et il meurt des habitants tous les jours! Donner un chiffre exact est un peu ridicule, puisqu'il est faux!
Aussi on va donner une valeur approchée.
Ex: pour Saint-Christophe (petit village), on arrondit à la dizaine près.



Dans cet exemple, 920 est plus proche de 923 que 930, donc on dira que le nombre d'habitants arrondi à la dizaine près est de 920.

On peut arrondir plus ou moins:
Pour Chalon je peux arrondir au millier près: *46 534 —> 47 000*
Pour la France je peux arrondir au million près: *65 073 482 —> 65 000 000*

Remarque: s'il y avait eu 925 habitants à St Christophe, j'aurai pu arrondir à 920 ou à 930 (2 solutions) , car 925 est juste au milieu!

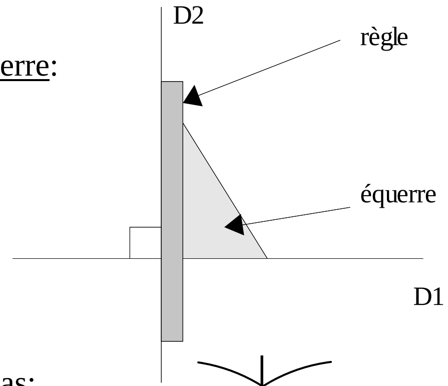
Droites parallèles et perpendiculaires

droites perpendiculaires

définition: deux droites D1 et D2 sont perpendiculaires si elles se coupent à angle droit

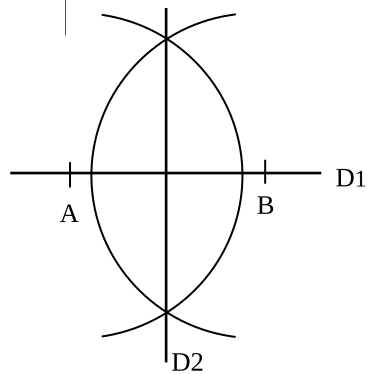
Construction avec une règle et une équerre:

1. je trace D1
2. je place un bord de mon équerre le long de D1
3. je pose ma règle sur l'autre bord de D1
4. je trace D2



Construction avec une règle et un compas:

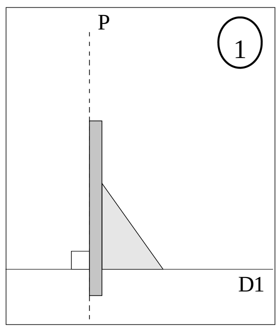
1. je trace D1 avec la règle
2. je trace deux points A et B sur D1
3. je trace un demi-cercle à partir de A, avec le compas
4. je trace un demi-cercle identique à partir de B
5. je trace la droite D2

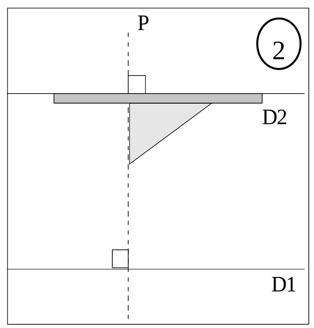


droites parallèles

définition: deux droites parallèles sont deux droites qui si elles étaient prolongées à l'infini ne se couperaient jamais.

construction avec une règle et une équerre





1. je trace une droite D1 (schéma 1)
2. je trace sans appuyer une perpendiculaire P (schéma 1)
3. je trace D2 perpendiculaire à P (schéma 2)

Conversion, multiplication et division des durées

Conversion

siècle $\xrightarrow{x100}$ **an** $\xrightarrow{x365}$ **jour** $\xrightarrow{x24}$ **heure** $\xrightarrow{x60}$ **minute** $\xrightarrow{x60}$ **seconde**

siècle $\xleftarrow[:100]{}$ **an** $\xleftarrow[:365]{}$ **jour** $\xleftarrow[:24]{}$ **heure** $\xleftarrow[:60]{}$ **minute** $\xleftarrow[:60]{}$ **seconde**

multiplication

ex: un bateau met 5 h 30 min 15 s pour faire un trajet.
Combien mettra-t-il pour faire un trajet 10 fois plus long, à la même vitesse?
***réponse**: 10 x (5h 30 min 15 s)*

	jour	h	min	s
		5	30	15
x				10
=		50	300	150
conversion j, h, min, s				150:60
			300+2	
			302:60	
		50+5		
		55:24		
=	**+2**	**7**	**2**	**30**

1. je dessine le tableau
2. je multiplie séparément les heures, les minutes et les secondes
3. je convertis les secondes en min et s
   150:60 = 2min et reste 30 s
4. je convertis les min en h
   302:60 = 5h et reste 2 min
5. je convertis les h en jour
   55:24 = 2 j et reste 7 h
6. je recopie le résultat:
   2 j 7 h 2 min 30 s

Division

ex: je veux convertir 302 min en heure.
1h = 1 x 60 min = 60 min
2h = 2 x 60 min = 120 min
3h = 3 x 60 min = 180 min
4h = 4 x 60 min = 240 min
5h = 5 x 60 min = **300** min
donc **302 min = 5 h + 2 min**

Il est plus rapide de faire une division:

$$\begin{array}{r|l} 302 & 60 \\ \cline{2-2} -300 & 5 \\ \hline 002 & \end{array}$$

60 : paquet de 60 min
5 : heures
002 : minutes qui restent

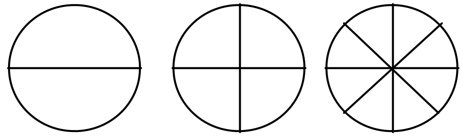
Les fractions

Qu'est-ce qu'une fractions?

C'est une invention des Égyptiens environ 2500 ans avant JC!

Les fractions servent à faire des opérations avec des choses pas entières.

Ex: le partage de la galette en 2, 4 ou 8 parts.



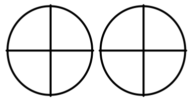
Une fraction c'est une division pour calculer la valeur d'une part.
*Ex: si une galette est divisée entre 2 enfants, chaque enfant recevra une **demie** (la moitié) que l'on écrira* **1: 2** ou **1/2** ou $\frac{1}{2}$ (préférée en maths)

Si la galette est divisé entre 4 enfants, chaque enfant recevra **un quart** (**1/4**)
Si la galette est divisé entre 3 enfants, chaque enfant recevra **un tiers** (**1/3**)
Si la galette est divisé entre 5, 6, 8 ... enfants,
chaque enfant recevra un **cinquième** (**1/5**), un **sixième** (**1/6**), un **huitième** (**1/8**) …

Comparer des fractions

$\frac{1}{8}$ ← **numérateur** ← diviser par ← **dénominateur**

Le **dénominateur** indique le nombre de part, plus il est grand, plus la part de galette est petite.
Donc **1/8 est plus petit que 1/4 (1/8 < 1/4).**



$\frac{2}{8}$ **galettes** / **enfants**

Le **numérateur** indique le nombre de galettes partagées. Plus il y a de galettes à partager plus les parts seront grosses.
Donc **2/8 est plus grand que 1/8 (2/8 > 1/8)**
Ex: 2 galettes partagées entre 8 enfants, chaque enfant reçoit 2/8 qui vaut aussi 1/4 d'une galette.

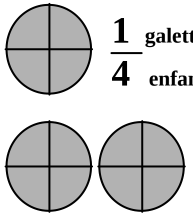
Décomposer une fraction

Ex: j'ai une bande de papier que je coupe en deux, puis chaque morceau est coupé en deux à son tour etc...

1 bande	1 x 1
1/2 · **1/2**	2 x 1/2
1/4 · **1/4** · **1/4** · **1/4**	4 x 1/4
1/8 · **1/8** · **1/8** · **1/8** · **1/8** · **1/8** · **1/8** · **1/8**	8 x 1/8
1/16 · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16** · **1/16**	16 x 1/16

1= 1/2 + 1/2 = 2 x 1/2 = 2/2
1/2 = 1/4 + 1/4 = 2 x 1/4 = 2/4
1/4 = 1/8 + 1/8 = 2 x 1/8 = 2/8
1/8 = 1/16 + 1/16 = 2 x 1/16 = 2/16

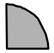
Fractions équivalentes



$\frac{1}{4}$ galette / enfants

$\frac{2}{8}$ galettes / enfants

Je m'aperçois avec cet exemple que si je partage 1 galettes entre 4 enfants ou 2 galette entre 8 enfants, le résultat est le même, la grosseur des parts est égale!



Une part chacun = 1/4 = 2/8

Donc cela veut dire que si je multiplie par deux les galettes **et** par deux les enfants, la grosseur des parts ne change pas!

$$\frac{1}{4} \underset{\text{x 2}}{\overset{\text{x 2}}{=}} \frac{1\text{x}2}{4\text{x}2} = \frac{2}{8}$$

Mais on peut aussi diviser par 2

$$\frac{2}{8} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{2{:}2}{8{:}2} = \frac{1}{4}$$

Règle 1: j'ai le droit de **multiplier** le numérateur *(nombre du haut)* et le dénominateur *(nombre du bas)* d'une fraction par le même nombre.
J'obtiens une fraction équivalente.

Règle 2: j'ai le droit de **diviser** le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre.
J'obtiens une fraction équivalente.

Additions sur les fractions

Je peux ajouter quand les parts sont identiques (les dénominateurs sont les mêmes):
ex: 2/4 (2 quarts) + 1/4 (1 quart) = 3/4 (3 quarts)

Si je n'ai pas les mêmes dénominateurs *(nombres du bas)*, je peux essayer de trouver des fractions équivalentes qui auront les mêmes:
Ex: 1/2 + 1/4 = ?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1\text{x}2}{2\text{x}2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Fractions équivalentes

Règle 3: je peux ajouter des fractions seulement si leurs dénominateurs (nombres du bas) sont identiques

La mesure des durées est basée sur plusieurs systèmes de calcul hérités d'anciennes civilisations.

- Division du jour en 2 périodes de 12 heures des Égyptiens
- Division de l'heure en 60 min des Babyloniens (60 min = 1h)

On utilise donc pas toujours le système décimal (10 unités = 1 dizaine).

On utilise aussi les fractions:

- **un quart d'heure (1/4)** = 60 min / 4 = **15 min**
- **une demie heure (1/2)** = 60 min / 4 = **30 min**
- **trois quarts d'heure (3/4)** = 3 x 15 min = **45 min**

Addition

Ex: 1 h 45 min + 45 min =?

1. je dessine le tableau
2. je calcule le total des h, min, s
3. je fais des paquets de 60
4. je transforme les secondes en minute et les minutes en heure
5. je fais le total après transformation
6. j'écris le résultat: **2 h 31 min 10 s**

	h	min	s
	1	45	40
+		45	30
=	1	90	70
=	1	60+30	60+10
=	1+1	30 + 1	10
=	2	31	10

Soustraction (calcul de la durée d'un voyage)

<u>départ</u> 0 h 45 min 30s <u>arrivée</u> 1h 40 min 20
Solution: **1 h 40 min 20 s - 45 min 30 s**

1. je dessine le tableau
2. je transforme 1 heure en minute et une minute en heure (si besoin)
3. je fais les calculs
4. j'écris le résultat: **54 min 50 s**

	h	min	s
	1	40	20
-		45	30
=			

	h	min	s
	1	40+60	20+60
-	1	45+1	30
=			

	h	min	s
	1	1 0 0	80
-	1	4 6	30
=	0	54	50

Mesures du temps

Année et mois

Plusieurs calendriers se sont succédé ou ont coexisté à travers l'Histoire : calendriers romain, grégorien, orthodoxe, hébreu, musulman, hindou, égyptien, inca, chinois ou encore républicain. Chaque grande civilisation a eu son propre calendrier ; c'était un moyen de marquer son époque.

La majorité des calendriers sont définis par rapport au Soleil ou à la Lune :

- une année solaire compte environ 365,24219 jours
- un mois lunaire environ 29,53 jours.

Dans notre calendrier on a décidé pour tomber à peu près juste avec le Soleil et la Lune:

1 an = 365 jours = 52 semaines (environ)

1 an = 366 jours tous les 4 ans (année bissextile, 2008, 2012...)

janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	août	septembre	octobre	novembre	décembre
31	**28***	**31**	**30**	**31**	**30**	**31**	**31**	**30**	**31**	**30**	**31**

* 29 en année bissextile

L'heure

Les premiers à s'être préoccupés de la division du jour en unités de temps sont les Égyptiens. Il y a environ 4000 ans ils divisèrent la journée et la nuit en 12 heures. Notre division du jour en 24 heures vient des Égyptiens de l'Antiquité:

1 jour = 2 périodes de 12 heures = 24 heures

Les minutes, les secondes

Plus tard dans l'antiquité, les Babyloniens (Irak actuel), qui comptaient en soixantaines et pas en dizaines, divisèrent l'heure:

1 heure = 60 minutes (min)

1 minute = 60 secondes (s)

Donc 1 h = 60 min x 60 s = 3600 s

Les premiers instruments pour mesurer le temps furent le cadran solaire, l'horloge à eau (clepsydre), le sablier.
Aujourd'hui pour être très précis on utilise l'horloge atomique!

Les nombres décimaux ou nombres à virgules

L'utilisation des fractions n'est pas pratique! Aussi vers 952, le mathématicien arabe *Ibrahim al Uqlidisi* propose d'utiliser des fractions décimales pour écrire les nombres. Il propose d'utiliser un apostrophe (34'5)

Qu'est-ce qu'une fraction décimale?

C'est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000 …

*Ex: 3/10 (3 **dixièmes**)* *123/ 10 000 (123 **dix millièmes**)*
*25/100 (25 **centièmes**)* *5/ 100 000 (5 **cent millièmes**)*
*67/1000 (67 **millièmes**)* *21/ 1 000 000 (21 **millionièmes**)*

Transformation des fractions décimales en nombres décimaux

A la Révolution française vers 1789, on a décidé d'adopter le système décimal pour les mesures. On a décidé de la longueur du mètre comme unité de mesure (identique pour toute la France).
Mais pour mesurer des choses petites, on a créé des sous unités:

Ex: en divisant le mètre par 10, on a créé les décimètres = 1/10ième de mètre
en divisant le mètre par 100, on a créé les centimètres = 1/100ième de m
en divisant le mètre par 1000, on a créé les millimètres = 1/1 000ième de m

Ex: un objet mesure 2m, 0 dm, 3 cm et 4 mm
On peut écrire qu'il mesure 2 m + 0/10 + 3/100 + 4/1000 mais c'est long!

$$\boxed{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{0}}{10} + \frac{\mathbf{3}}{100} + \frac{\mathbf{4}}{1000}$$

$$2,034 \text{ m}$$

Nombre décimal

Notre mathématicien arabe avait trouvé l'astuce, on va écrire une virgule qui va nous indiquée où se trouve le chiffre des unités (le mètre dans notre exemple) et on n'écrit plus les dénominateurs des fractions, ni les +!

Règle 1: dans un nombre décimal, l'unité est représentée par le chiffre à gauche de la virgule (2 dans l'exemple).

Règle 2: on peut écrire ou supprimer des zéros à droite d'un nombre décimal mais on ne peut pas écrire ou supprimer des zéros dans le nombre.

ex1: 2, 5 = 2, 50 = 2, 500 = 2, 500000000 ...

ex2: 2, 5 $\neq$ 2, 05 et 2, 05 $\neq$ 2, 50

décomposer un nombre décimal

← Partie entière				Partie décimale →			
100	10	1	,	1/10 = 0,1	1/ 100 = 0, 01	1/1 000 = 0, 001	1/10 000 = 0, 0001
centaine	dizaine	unité		dixième	centième	millième	Dix millième
	3	2	,	4	7	3	

= **30 + 2 + 0,4 + 0,07 + 0,003**

= **30 + 2 + 4/10 + 7/100 + 3/1000**

= **(3x 10) + (2x1) + (4x1/10) + (7x1/100) + (3x1/1000)**

= **3 dizaines + 2 unités + 4 dizièmes + 7 centièmes + 3 millièmes**

Ordonner des nombres décimaux

Pour ordonner des nombres décimaux, c'est-à-dire les classer

- du plus petit au plus grand (ordre croissant)
- Du plus grand au plus petit (ordre décroissant)

Il faut d'abord comparer les parties entières:

Ex : **13**, 473 > **12**, 85769 car **13** > **12**

Si les parties entières sont égales alors on compare, les dixièmes, puis les centièmes, puis les millièmes etc…

dizaines → 12,48
unités
dixièmes
centièmes
millièmes

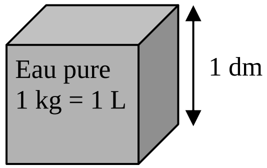
12,473

Donc 12,473 < 12,48

Mesures de longueur, masse, volume

Avant la Révolution française toutes les régions n'avaient pas les mêmes unités de mesure, ce qui posait des problèmes pour acheter ou vendre des produits (tissu, blé, vin...).
Au Moyen Âge, la valeur de la livre en France variait suivant les provinces entre 380 g et 552 g. Les paysans se faisaient arnaquer par les seigneurs.

La Révolution française ce ne fut pas que se débarrasser d'un Roi, ce fut aussi révolutionner les unités de mesure. On inventa le **mètre**, le **litre** et le **gramme** basés sur le **système décimal**!



Aussi le **22 juin 1799**, on décida de prendre comme exemple la masse d'un cube d'eau qui mesurait **1 décimètre** de côté. C'était ainsi facile pour beaucoup de gens de savoir combien faisait **1 kilogramme**. Et en plus, un kilogramme d'eau cela fera **1 litre.** On garda la tonne et le quintal qui étaient des anciennes mesures.

Ce système était pratique et il fut adopté partout dans le Monde!

tonne	quintal		**kilo** gramme	**hecto** gramme	**déca** gramme	gramme	**déci** gramme	**centi** gramme	**milli** gramme
t	**q**		**kg**	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
			m	c	d	unité	1/10	1/100	1/1000

Ne pas oublier la colonne vide!!

kilo mètre	**hecto** mètre	**déca** mètre	mètre	**déci** mètre	**centi** mètre	**milli** mètre
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
m	c	d	unité	1/10	1/100	1/1000

kilo litre	**hecto** litre	**déca** litre	litre	**déci** litre	**centi** litre	**milli** litre
kl	**hl**	**dal**	**l**	**dl**	**cl**	**ml**
m	c	d	unité	1/10	1/100	1/1000

Pour faire une mesure on utilise l'unité appropriée.
Ex: pour mesurer un carreau de cahier j'utilise le mm
Pour mesurer la table j'utilise les cm

Division et nombres décimaux

```
 35 | 4
-32 |----
=03 | 8
```

Imaginons 35 galettes à partager en 4 gourmands!
Chaque gourmand reçoit 8 galettes (8x4=32) et il en reste 3.

Si on veut continuer le partage chacun recevra en plus, 3 galettes qui restent, divisées en 4, soit 3/4 chacun.
Chaque gourmand reçoit donc 8 galettes et 3/4

```
 35 0/10 | 4
-32      |------
=030*    | 8,* 75
- 28     |
=   20   |
-   20   |
    00   |
```

Si on veut continuer la division,
on écrit le zéro* des dixièmes à côté du reste 3
3 devient 30 dixièmes
et comme on calcule les 1/10,
on écrit une virgule* à droite du 8

Puis on continue, et si on a de la chance la division s'arrête vite.
Il existe des divisions qui ne s'arrêtent jamais
Ex: 1 divisé par 3 ou 1/3 = 0,333333333333…..

Division d'un nombre décimal

Dans cet exemple c'est le même principe, quand on commence à calculer les dixièmes (on abaisse le 5*), alors on écrit la virgule au quotient *

```
 9,5  | 4
-8    |------
=15*  | 2,*37
-12   |
=  30 |
-  28 |
    2 |
```

Division et multiplication par 10, 100, 1000…

1: 10 = 0,1
1: 100 = 0,01
1: 1 000 = 0,001

0,001 x 10 = 0,01
0,001 x 100 = 0,1
0,001 x 1 000= 1,0

←

Quand on **divise par 10, 100, 1000** … la virgule se déplace d'1, 2, 3 … chiffres **vers la gauche.**

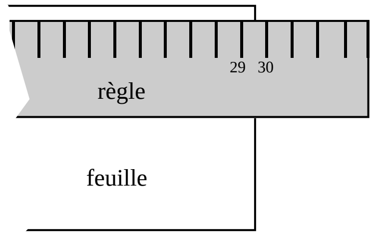
→

Quand on **multiplie par 10, 100, 1000** … la virgule se déplace d'1, 2, 3 … chiffres **vers la droite**

Encadrer et arrondir un nombre décimal

Encadrer un nombre décimal

Imagine que le maître veuille mesurer une feuille de cahier grand format avec la règle jaune du tableau. Cette règle est graduée en centimètres.

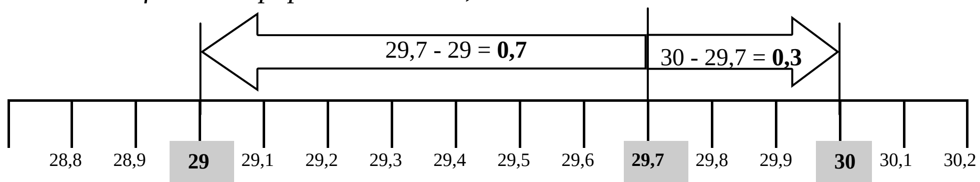


Le maître pourra dire que la mesure de la feuille est comprise entre 28 et 29 cm.
29 cm < mesure de la feuille < 30 cm

On a encadré la mesure que l'on ne connaît pas précisément par deux valeurs, 28 et 29 cm alors que la mesure réelle de la feuille c'est 29,7 cm (29 cm et 7 mm)

Arrondir un nombre décimal

Arrondir c'est trouvé la valeur la plus proche de la valeur exacte.
Ex: notre feuille de papier mesure 29,7 cm

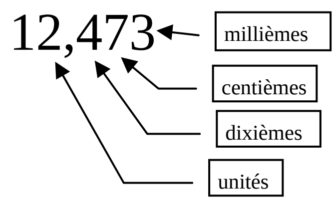


Dans cet exemple, 29,7 est plus proche de 30 que de 29, donc on dira que la valeur arrondie au cm près, est de 30 cm.

Pour arrondir, je cherche les valeurs qui encadrent, et je choisis celle qui est le plus près.

Souvent quand on fait des mesures, on n'a pas besoin d'une très grande précision parce que ce n'est pas nécessaire.
Ex: si je mesure la distance entre deux villes, je vais arrondir au km près.

On peut arrondir plus ou moins:
Si j'arrondis 12,473
Au centième = 12, 47 *car 12,47 est plus près de 12,473 que 12,48*
Au dixième = 12,5 *car 12,5 est plus près de 12,473 que 12,4*
A l'unité = 12 *car 12 est plus près de 12,473 que 13*



Remarque: pour arrondir 4,5 à l'unité, deux solutions sont possibles 4 ou 5 car 4,5 est aussi proche de 4 que de 5!

Addition et soustraction des entiers

Addition

	1	1	
	2	5	8
+		3	6
+		4	2
=	3	3	6

Conseil n°1: bien aligner les chiffres en utilisant les carreaux du cahier si possible.

Conseil n°2: placer le plus grand nombre au dessus, ça aide pour aligner les chiffres.

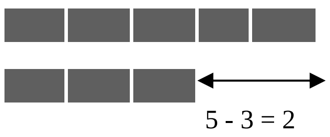
Conseil n°3: ne pas oublier de marquer la retenue et de la compter ensuite.

Conseil n°4: s'il y a beaucoup de nombres, faire des additions 2 nombres par deux nombres, puis faire le total.
Ex: 234 + 456 + 987 + 597
On fait 234 + 456 puis 987 + 597 puis on ajoute les deux résultats.

Conseil n°5: revérifier ses calculs, une erreur est vite arrivée!

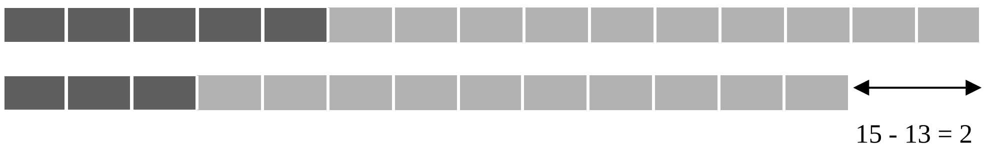
Soustraction

Soustraire c'est calculer une différence.



La différence entre les 2 barres est de 5 - 3 = 2 carreaux

Si j'ajoute 10 carreaux à chaque barre la différence sera encore de 15—13 = 2 carreaux



Règle: quand je fais une soustraction, si j'ajoute une dizaine (retenue) à un nombre (**10** + 2 = 12),

je dois ajouter **obligatoirement**, une dizaine (retenue) à l'autre nombre (40 + **10**= 50)

	5	$_1$2
-	4 1	3
=	0	9

Addition et soustraction des décimaux

Ex: 25, 876 + 0, 05 + 4

	d	u	1/10	1/100	1/1000
			1		
	2	5 ,	8	7	6
+		0 ,	0	5	
+		4			
=	2	9 ,	9	2	6

Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux il faut :

- Repérer les chiffres des unités
- Aligner les chiffres des unités les uns dessous les autres

Remarque: on peut écrire les zéros qui manquent pour s'aider

25, 876
+ 0, 050
+ 4, 000

multiplication des décimaux

		2 ,	4	3
	x		1 ,	3
	1	7	2	9
+	2	4	3	0
=	2 ,	1	5	9

2 chiffres après la virgule

1 chiffre après la virgule

3 chiffres après la virgule

Pour calculer, on fait d'abord comme s'il n'y avait pas de virgules dans l'opération.
Quand le calcul est fait, on compte tous les chiffres après la virgule des deux nombres
Dans l'exemple 2 + 1 = 3

Donc le résultat aura 3 chiffres après la virgule, on écrit la virgule.

Division par un nombre à 2 chiffres

Quand on divise par un nombre de 1 à 10, c'est facile, il y a les tables pour s'aider (il faut donc les savoir!)

Mais si on divise par 3461 par 57…

Pour commencer on cherche combien il y aura de chiffres au quotient

1 x 57 = 57
10 x 57 = 570
100 x 57 = 5700

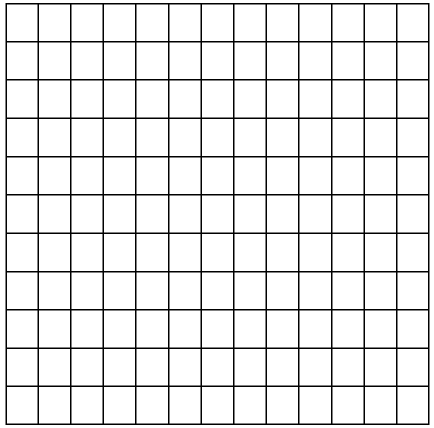
3461 c'est plus grand que 570 (57 x 10)
Mais plus petit que 5700 (57 x 100)
Donc le quotient aura 2 chiffres (d u)

m c d u	
3 4 6 1	**57**
- 3 4 2	d u
= 0 0 4 1	**6 0**
- 0	
= 4 1	

- On pose la division
- On voit qu'il faut prendre 346 pour pouvoir diviser par 57 (3 et 34 trop petits)
- 346 divisé par 57
- Je peux écrire la table de 57 en entier … 1x57, 2x57… mais c'est long!
- Je préfère chercher dans une table facile, proche de 57, comme la table de 60
  Pour trouver la table de 60, on prend la table de 6 et on écrit un zéro au résultat.
  5 x 6 = 30 —> 5 x 60 = 300 ← 346
  6 x 6 = 36 —> 6 x 60 = 360
- J'ai trouvé rapidement, le bon chiffre est soit **5**, soit **6**, je vérifie en multipliant par 57
  5 x 57 = 285
  6 x 57 = 342 c'est le plus près de 346
- J'inscris **6** au quotient (dizaine) et je fais la soustraction 346 - 342 = 4
- J'abaisse le 1, j'ai 41 mais ce n'est pas fini!!
  En 41 combien de fois 57, 0 fois. 0 x 57 = 0 ,
  41 - 0 = 4 1(on peut ne pas inscrire ces dernières opérations)

Multiplication des entiers

Multiplication



Si je veux savoir combien il y a de casse dans ce tableau,

- je peux compter les cases une par une: 1+1+1… c'est très long et je peux en oublier!
- Je peux compter combien il y a de case sur une ligne et faire l'addition
  13 + 13 + 13 + 13 ….+ 13
  c'est encore long!
- Je peux faire une multiplication
  11 rangée de 13 = 11 x 13 = 143,
  c'est rapide (si je sais mes tables!)

		1	3
x		1	1
		1	3
+	1	3	<u>0</u>
=	1	4	3

13 x **11** = 13 x (**1** + **1<u>0</u>**)
= (13 x **1**) + (13 x **1<u>0</u>**)
= 13 + 13**<u>0</u>**

Conseil n°1: j'écris le plus grand nombre en haut

Conseil n°2:

- avant de commencer à multiplier les dizaines, on écrit un zéro
- Avant de commencer à multiplier les centaines, on écrit deux zéros etc…

Conseil n°2: quand il y a une retenue,

- Soit on l'écrit sur le côté de l'opération et on la barre quand elle est comptée (pour ne pas la confondre avec une autre);
- Soit on la retient sur ses doigts.

Multiplication par 10, 100, 1000, …

<u>Règle</u>: quand je multiplie par 10, 100, 1000, … un nombre entier, j'écris 1, 2, 3, … zéros après ce nombre.

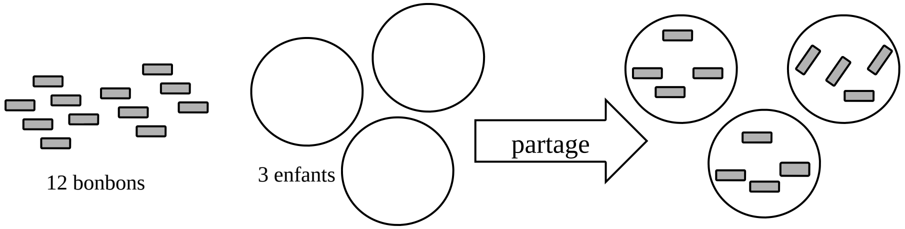
Ex: 34 x 1**0** = 34**0**
34 x 1**00** = 3 4**00**
34 x 1 **000** = 34 **000**

4 X 2**0** = (4x2) x1**0** = 8 x 1**0** = 8**0**
4 X 2**00** = (4x2)x1**00** = 8x 1**00** = 8**00**

Comprendre la division

Faire une division c'est:

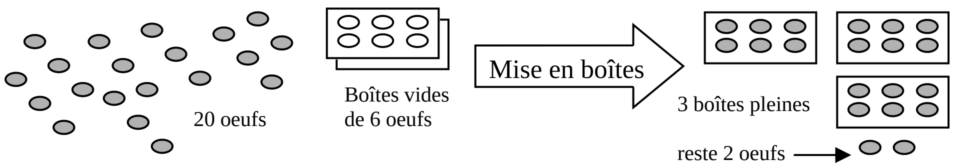
- **<u>faire un partage</u>**: j'ai 12 bonbons et il y a 3 élèves, combien de bonbons auront chaque élève?



<u>Réponses</u>: **12 : 3= 4** bonbons
car 3 élèves qui ont 4 bonbons c'est **3 x 4 = 12** bonbons en tout

Remarque: *<u>la division c'est l'opération inverse d'une multiplication</u>*

- **<u>chercher combien je peux faire de parts ou de paquets identiques:</u>**
j'ai 20 oeufs, je fais des paquets (boîtes) de 6, combien vais-je pouvoir faire de boîtes?



<u>Réponses</u>: 20:6 = 3 boîtes + 2 œufs

<u>Le vocabulaire de la division</u>

Il existe plusieurs signes pour indiquer une division:

34/7 34:7 $\frac{34}{7}$

Dividende	Diviseur
20	**6**
- 18	quotient
= 2 (**reste**)	**3**

La technique de la division

Il existe plusieurs technique pour poser une division:

<u>La technique du débutant</u>

1 3 6	**6**
- 6 0	
= 7 6	**10**
- 6 0	**+ 10**
= 1 6	**+** 2
- 1 2	**= 2**2
= 4	

- On multiplie le diviseur par 10
ex: 6 x 10 = 60
- On fait la soustraction
ex: 136 - 60 = 76
- On recommence tant que c'est possible
- Quand on a terminé, on fait le compte du quotient
ex: 10 + 10 + 2 = 22

C'est facile, c'est juste, mais long!

<u>La technique intermédiaire</u>

- On multiplie le diviseur par un multiple de 10 le plus grand possible
ex: 6 x 20 = 120
- On fait la soustraction
ex: 136 - 120 = 16
- Quand on a terminé, on fait le compte du quotient
ex: 20 + 2 = 22

1 3 6	**6**
-1 2 0	
= 1 6	**20**
- 1 2	+ 2
= 4	**= 2**2

<u>La technique expert</u>

On utilise la position c d u des nombres.

c d u	
1 3 6	**6**
- 1 2	c d u
= 0 1 6	**2** 2
- 1 2	
= 4	

- 1 centaine divisé par 6, trop petit, je prends 13 dizaines.
- 13 dizaines divisé 6, possible 2x6=12
- Je pose la soustraction 13 - 12 = 1
(si le résultat est égal ou plus grand que le diviseur (6) attention erreur!)
- Je descends le 6 des unités…
- Je calcule les unités: 16 divisé 6 possible 2x6 = 12; 16 – 12 = 4